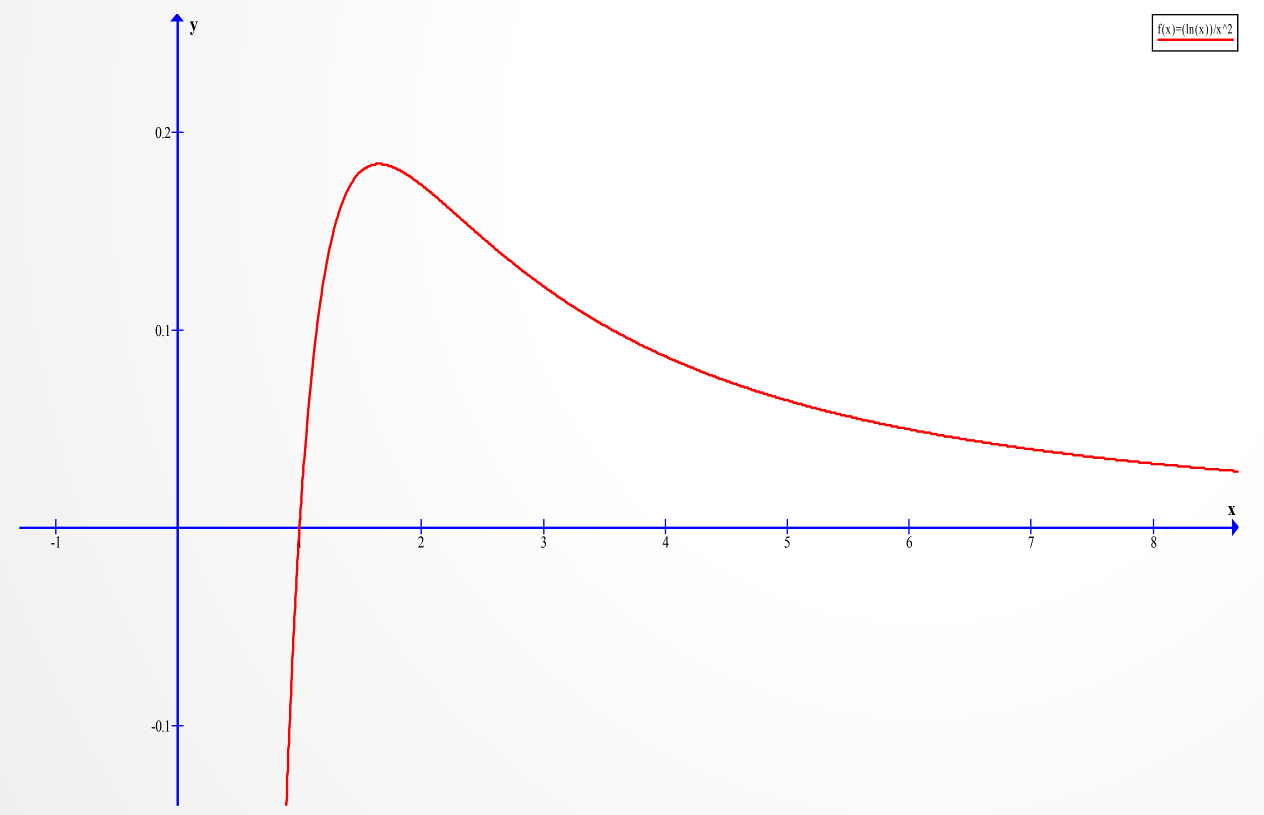
Integrais Impróprias

- Até agora, as integrais definidas tiveram que exibir duas propriedades: o domínio de integração [a, b] seja finito e a imagem do integrando seja finita nesse domínio.
- Na prática, existem problemas que impedem o comprimento de uma ou ambas as condições.



Integrais Impróprias

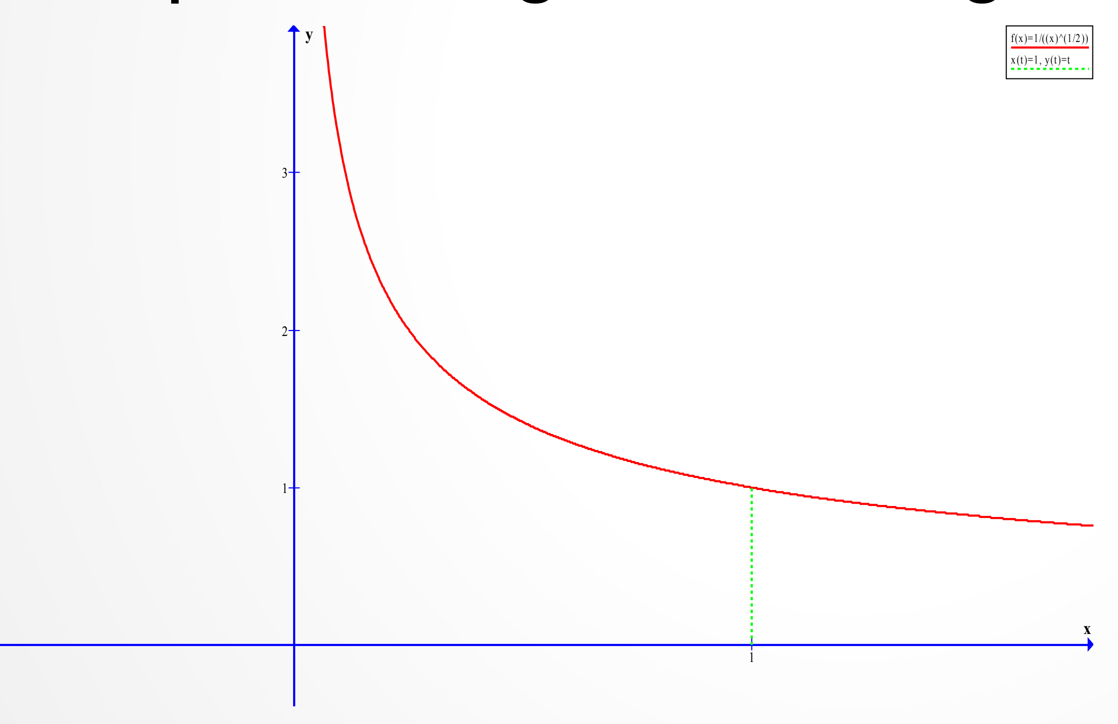
- A integral da área sob a curva y = (ln x)/x² para x > 1 é um exemplo de situação em que o domínio é infinito.





Integrais Impróprias

- Já a integral para a área sob a curva d e $y = 1/\sqrt{x}$ entre x = 0 e x = 1 é um exemplo de situação em que a imagem do integrando é infinita.





Integrais Impróprias

- Em qualquer um dos dois casos anteriores, as integrais recebem o nome de ***impróprias*** e são calculadas como limites,



Integrais Impróprias

- Em qualquer um dos dois casos anteriores, as integrais recebem o nome de ***impróprias*** e são calculadas como limites,



Definição

- Integrais com limites infinitos de integração são integrais impróprias do tipo I.

(i) Se f(x) é contínua em $[a,\infty)$, então

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx$$

(ii) Se f(x) é contínua em $(-\infty,b]$, então

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)dx$$

$$(-\infty,\infty)$$



(iii) Se f(x) é contínua em $(-\infty, \infty)$, então

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{\infty} f(x)dx$$

onde c é qualquer número real.

- Em todos os casos, se o limite for finito, dizemos que a integral imprópria ***converge*** e que o limite é o valor da integral imprópria. Se o limite não existe, dizemos que a integral imprópria ***diverge.***



Exemplo 1

- A área sob a curva $y = (\ln x)/x^2$ de $x = 1$ a $x = \infty$ é finita? Se sim, qual é o valor?

Exemplo 2

- Calcule $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$